

এস.এস.সি-২০১৫ (নমুনা প্রশ্ন)

বিষয় কোড-১২৬

উচ্চতর গণিত (সৃজনশীল) তত্ত্বীয়

সময়: ২ ঘন্টা

পূর্ণমান: ৪০

[দ্রষ্টব্য : প্রত্যেক বিভাগ হতে ন্যূনতম একটি করে মোট ৪টি প্রশ্নের উত্তর দাও।]

ক-বিভাগ

১। চট্টগ্রাম মহানগরের একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম আলো, 32 জন ডেইলী স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন দৈনিক প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার, 8 জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদী এবং 3 জন তিনটি পত্রিকাই পড়ে।

ক) তথ্য গুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর। ২

খ) কত জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না। ৪

গ) কত জন শিক্ষার্থী কেবলমাত্র দু'টি পত্রিকা পড়ে। ৪

২। $P = \left(2 + \frac{x}{2}\right)^8 \dots\dots(i)$

$Q = (a + bx)^7 \dots\dots(ii)$

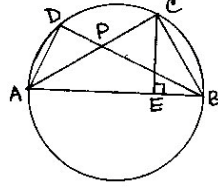
$R = (b - ax)^8 \dots\dots(iii)$

ক) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii) নং এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। ২

খ) $a = b = 1$ হলে, QR এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় কর। ৪

গ) x এর ঘাতে উর্ধ্বক্রমানুসারে (i) নং কে x^3 পর্যন্ত বিস্তৃত কর এবং উহার সাহায্যে $(1.995)^8$ এর আসন্ন মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

৩।



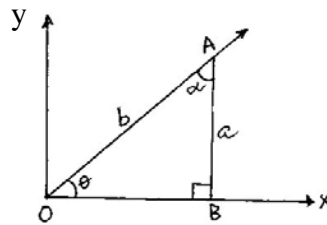
চিত্র

ABCD বৃত্তে AB একটি ব্যাস

- ক) দেখাও যে, $\angle ADB = 90^\circ$ ২
- খ) প্রমাণ কর যে, $AE \cdot BE = CE^2$ ৪
- গ) প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC \cdot AP + BD \cdot BP$ ৪
- ৪। ঈদে মা মেধাকে যত টাকা দিয়েছেন প্রজ্ঞাকে তার দ্বিগুণ অপেক্ষা ৩ টাকা কম দিয়েছেন। মেধার প্রাপ্ত টাকা x এবং প্রজ্ঞার প্রাপ্ত টাকা y ধরে তাদের প্রাপ্ত টাকার সম্পর্ক একটি সরল সমীকরণ আকারে প্রকাশ করা যায়। উক্ত সরল রেখার ওপর $Q(3, a)$ একটি বিন্দু। রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।
- ক) Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। ২
- খ) A ও B হতে সমদূরবর্তী একটি বিন্দু $C\left(b, \frac{5}{2}\right)$ হলে b এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ) AB সরল রেখার সমান্তরাল এমন একটি সরলরেখা নির্ণয় কর যা মূলবিন্দুগামী। ৪

গ-বিভাগ

৫।



চিত্র

- ক) $\cot \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ) $a = 1, b = \sqrt{2}$ হলে দেখাও যে,
 $(\sec \theta - \cos \alpha)(\operatorname{cosec} \theta - \sin \alpha)(\tan \theta + \cot \alpha) = 1$ ৪

গ) $\frac{\sqrt{3}a}{b} + \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} = 2$ হলে, θ এর মান নির্ণয় কর। 8

৬। নিউটন চাকমা একজন ভ্রমণ পিপাসু মানুষ। এবার শীতকালে তিনি সেন্টমার্টিন ভ্রমণে যাবেন। চট্টগ্রাম থেকে তাঁর বিমানে কক্সবাজার যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$ এবং কক্সবাজার থেকে

স্পিড বোটে সেন্টমার্টিন যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{7}{9}$ ।

ক) দেখাও যে, যে কোন ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ। ২

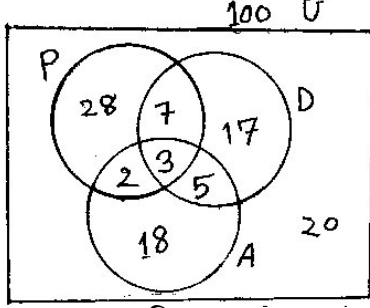
খ) নিউটন চাকমা কক্সবাজার বিমানে না যাওয়ার এবং সেন্টমার্টিনে স্পিড বোটে না যাওয়ার সম্ভাবনা কত? 8

গ) সম্ভাব্য ঘটনার Probability tree এঁকে কক্সবাজার বিমানে যাওয়ার এবং সেন্টমার্টিনে বিমানে যাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর। 8

MODEL ANSWER & MARKING GUIDELINE

১নং প্রশ্নের উত্তর

ক)



ভেনচিত্র :

U = সকল শিক্ষার্থীর সেট

P = যারা প্রথম আলো পড়ে তাদের সেট

D = যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট

A = যারা দৈনিক আজাদী পড়ে তাদের সেট

Marking Guideline :

ভেনচিত্র অঙ্কন করে উদ্দীপকের তথ্য এতে প্রকাশ করলে ২ নম্বর পাবে। শুধু ভেনচিত্র অঙ্কন করলে ১ পাবে।

খ) শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর U

তিনটি পত্রিকার অন্ডত একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট = $(P \cup D \cup A)$

∴ তিনটি পত্রিকার একটি ও পড়ে না এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$\begin{aligned} &= n(U) - n(P \cup D \cup A) \\ &= n(U) - [n(P) + n(D) + n(A) - n(P \cap D) - n(D \cap A) - n(A \cap P) \\ &\quad + n(P \cap D \cap A)] \\ &= 100 - [40 + 32 + 28 - 10 - 8 - 5 + 3] \\ &= 100 - 80 \\ &= 20 \end{aligned}$$

∴ ২০ জন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না।

Marking Guideline :

উদ্দীপকের তথ্যানুসারে শুদ্ধভাবে সমস্যাটি সমাধান করলে 4 পাবে।
অন্ডত: একটি পত্রিকা পড়ে 80 জন শিক্ষার্থী, এটি নির্ণয় করলে 3 পাবে। $n(P \cup D \cup A)$ এর বিস্তৃতি লিখলে 2 পাবে। পত্রিকা তিনটির অন্ডত: একটি পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $(P \cup D \cup A)$ লিখলে 1 পাবে।

গ) তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $= (P \cap D \cap A)$

শুধু প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A)$$

$$= (10 - 3)$$

$$= 7$$

শুধু ডেইলি স্টার ও আজাদী পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(D \cap A) - n(P \cap D \cap A)$$

$$= 8 - 3$$

$$= 5$$

শুধু আজাদী ও দৈনিক প্রথম আলো পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা

$$= n(A \cap P) - n(P \cap D \cap A)$$

$$= 5 - 3$$

$$= 2$$

\therefore কেবল মাত্র দু'টি পত্রিকা পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= 7 + 5 + 2$ জন $= 14$ জন।

Marking Guideline :

শুদ্ধভাবে সমস্যাটি সমাধান করলে 4 পাবে। প্রতিজোড়া পত্রিকা পড়ে কতজন আলাদাভাবে তিনজোড়া নির্ণয়ের জন্য 3 পাবে। শুধুমাত্র প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সংখ্যা $=n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A)$ বের করলে 2 পাবে। তিনটি পত্রিকাই পড়ে এমন শিক্ষার্থীর সেট $P \cap D \cap A$ লিখলে 1 পাবে।

২নং প্রশ্নের উত্তর

ক) দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii) নং এর বিস্তৃতি:

$$\begin{aligned} Q &= (a + bx)^7 \\ &= \binom{7}{0}a^7(bx)^0 + \binom{7}{1}a^6(bx)^1 + \binom{7}{2}a^5(bx)^2 + \binom{7}{3}a^4(bx)^3 + \binom{7}{4}a^3(bx)^4 \\ &\quad + \binom{7}{5}a^2(bx)^5 + \binom{7}{6}a^1(bx)^6 + \binom{7}{7}a^0(bx)^7 \\ &= a^7 + \binom{7}{1}a^6bx + \binom{7}{2}a^5b^2x^2 + \binom{7}{3}a^4b^3x^3 + \binom{7}{4}a^3b^4x^4 + \binom{7}{5}a^2b^5x^5 \\ &\quad + \binom{7}{6}a^1b^6x^6 + b^7x^7 \end{aligned}$$

Marking Guideline :

দ্বিপদী উপপাদ্য ব্যবহার করে (ii) নং এর সঠিক বিস্তৃতি নির্ণয়ের জন্য 2 নম্বর পাবে। শুধু দ্বিপদী উপপাদ্য প্রয়োগ করলে 1 নম্বর পাবে।

খ) $Q = (a + bx)^7$

$$R = (b - ax)^8$$

এবং $a = b = 1$

$\therefore Q = (1 + x)^7$

$$R = (1 - x)^8$$

এখন $QR = (1 + x)^7(1 - x)^8$

$$= (1 + x)^7(1 - x)^7(1 - x)$$

$$= (1 - x^2)^7(1 - x)$$

$$\begin{aligned}
&= \left[1 + \binom{7}{1}(-x^2) + \binom{7}{2}(-x^2)^2 + \binom{7}{3}(-x^2)^3 + \binom{7}{4}(-x^2)^4 + \binom{7}{5}(-x^2)^5 \right. \\
&\quad \left. + \binom{7}{6}(-x^2)^6 + \binom{7}{7}(-x^2)^7 \right] (1-x) \\
&= \left[1 - 7x^2 + \frac{7.6}{1.2}x^4 + \frac{7.6.5}{1.2.3}(-x^6) + \frac{7.6.5.4}{1.2.3.4}x^8 + \dots \right] (1-x) \\
&= (1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 + \dots)(1-x) \\
&= 1 - 7x^2 + 21x^4 - 35x^6 + 35x^8 - x + 7x^3 - 21x^5 + 35x^7 - 35x^9 + \dots
\end{aligned}$$

∴ QR এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ 35।

Marking Guideline :

যে কোন সঠিক নিয়মে QR এর বিস্তৃতি নিয়ম x^7 এর সহগ নির্ণয় করলে 4 পাবে।
QR এর সঠিক বিস্তৃতি (কম পক্ষে x^7 পর্যন্ত) নির্ণয় করলে 3 পাবে।
দ্বিপদী উপপাদ্য সঠিক প্রয়োগ করলে 2 পাবে।
 $a = b = 1$ বসিয়ে QR এর মান বের করলেই 1 পাবে।

গ) দেয়া আছে ,

$$\begin{aligned}
\text{(i)} \quad \Rightarrow P &= \left(2 + \frac{x}{2} \right)^8 \\
&= \binom{8}{0}2^8 \left(\frac{x}{2} \right)^0 + \binom{8}{1}2^7 \left(\frac{x}{2} \right)^1 + \binom{8}{2}2^6 \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \binom{8}{3}2^5 \left(\frac{x}{2} \right)^3 + \dots \\
&= 256 + 512x + \frac{8.7.64x^2}{1.2.4} + \frac{8.7.6.32x^3}{1.2.3.4} + \dots \\
&= 256 + 512x + 448x^2 + 224x^3 + \dots
\end{aligned}$$

মনে করি,

$$\left(2 + \frac{x}{2} \right)^8 = (1.995)^8$$

$$\text{বা, } 2 + \frac{x}{2} = 1.995$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = -0.005$$

$$\therefore x = -0.01$$

এখন, (i) নং এর বিস্তৃতিতে $x = -0.01$ বসিয়ে পাই,

$$\left[2 + \left(\frac{-0.01}{2}\right)\right]^8 = 256 + 512(-0.01) + 448(-0.01)^2 + 224(-0.01)^3 + \dots$$

$$\text{বা, } (2 - 0.005)^8 = 256 - 5.12 + 0.0448 - 0.000224 + \dots$$

$$\text{বা, } (1.995)^8 = 250.924576$$

$$\approx 250.9246$$

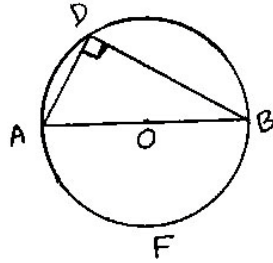
অতএব নির্ণের মান 250.9246 (চার দশমিক স্থান পর্যন্ত)।

Marking Guideline :

যে কোন সঠিক পদ্ধতিতে সমস্যাটি সমাধান করলে 4 পাবে। (i) নং এর বিস্তৃতিতে x এর মান বসালে 3 পাবে। $x = -0.01$ বের করলে 2 পাবে। (i) নং কে দ্বিপদী বিস্তৃতি করলে 1 পাবে।

৩নং প্রশ্নের উত্তর

ক)



চিত্র

O কেন্দ্রিক বৃত্তের AB ব্যাস। ব্যাসের যে পার্শ্বে D বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর F বিন্দু নিই।

এখন, AFB চাপের উপর দন্ডায়মান

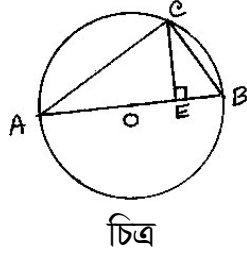
$$\begin{aligned}
\text{বৃত্তস্থ } \angle ADB &= \frac{1}{2} \text{ কেন্দ্রস্থ } \angle AOB \\
&= \frac{1}{2} \times \text{এক সরল কোণ} \\
&= \frac{1}{2} \times 180^\circ \\
&= 90^\circ
\end{aligned}$$

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ (দেখানো হল)।

Marking Guideline :

সঠিক প্রমাণের জন্য 2 পাবে। বৃত্তের একই চাপের ওপর দভায়মান বৃত্তস্থ কোন কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক প্রয়োগ করলেই 1 পাবে।

খ)



AB ব্যাস $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ]

$\therefore \triangle ABC$ সমকোণী এবং $CE \perp AB$

এখন $\triangle ACE$ ও $\triangle BCE$ এ

$\angle AEC = \angle BEC$ [সমকোণ]

$\angle CAE = \angle BCE$ [প্রত্যেকে $\angle ACE$ এর পূরক কোণ]

অবশিষ্ট $\angle ACE =$ অবস্থিত $\angle CBE$

$\therefore \triangle ACE$ ও $\triangle BCE$ সদৃশকোণী তাই উহারা সদৃশ

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{AE}{CE}$$

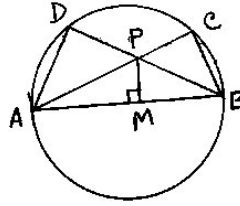
বা, $CE \cdot CE = AE \cdot BE$

$$\therefore CE^2 = AE.BE \text{ (প্রমাণিত)}$$

Marking Guideline :

যে কোন সঠিক পদ্ধতিতে প্রমাণ করলে 4 পাবে। $\triangle ACE$ ও $\triangle BCE$ এর অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতিক দেখাতে পারলে 3 পাবে। $\triangle ACE$ ও $\triangle BCE$ সদৃশকোণী দেখালে 2 পাবে। $\triangle ABC$ সমকোণী দেখাতে পারলে 1 পাবে।

গ)



চিত্র

$PM \perp AB$ অঙ্কন করি।

$$\begin{aligned} A, M, P, D \text{ সমবৃত্তস্থ। কারণ } \angle AMP + \angle ADP &= 1 \text{ সমকোণ} + 1 \text{ সমকোণ} \\ &= 2 \text{ সমকোণ।} \end{aligned}$$

উক্ত AMPD বৃত্তের AM ও DP জ্যা বহিঃস্থ B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$$\therefore AB.BM = BD.BP \dots\dots (i)$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } B, M, P, C \text{ সমবৃত্তস্থ। কারণ } \angle BMP + \angle PCB &= 1 \text{ সমকোণ} + 1 \text{ সমকোণ} \\ &= 2 \text{ সমকোণ।} \end{aligned}$$

উক্ত BMPC বৃত্তের BM ও CP জ্যা বহিঃস্থ A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$$\therefore AB.AM = AC.AP \dots\dots (ii)$$

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই

$$AB.BM + AB.AM = BD.BP + AC.AP$$

$$\text{বা, } AB(BM + AM) = AC.AP + BD.BP$$

$$\text{বা, } AB.AB = AC.AP + BD.BP$$

$$\therefore AB^2 = AC.AP + BD.BP. \text{ (প্রমাণিত)}$$

Marking Guideline :

যে কোন সঠিক নিয়মে $AB^2 = AC.AP + BD.BP$ প্রমাণ করলে 4 নম্বর পাবে। (i) ও (ii) নং সমীকরণ নির্ণয় করলে 3 পাবে। বৃত্তের দু'টি জ্যা পরস্পর বহিঃস্পর্শ করলে তাদের একটির অংশদ্বয়ের অন্তর্জাত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপরটির অংশদ্বয়ের অন্তর্জাত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান অর্থাৎ (i) নং গঠন করলেই 2 পাবে। AMPD সমবৃত্তস্থ কারণসহ লিখলে 1 পাবে।

৪নং প্রশ্নের উত্তর

ক) দেওয়া আছে,

মেধার প্রাপ্ত টাকা x ও প্রজ্ঞার প্রাপ্ত টাকা y

শর্তমতে, $2x - 3 = y$

উক্ত রেখার ওপর $Q(3, a)$ বিন্দুটি অবস্থিত।

$\therefore Q(3, a)$ বিন্দু দ্বারা রেখাটি সিদ্ধ হয়।

$$\therefore 2 \cdot 3 - 3 = a$$

$$\Rightarrow a = 3$$

$\therefore Q$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3, 3)$

Marking Guideline:

Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করলে 2 পাবে। সমীকরণটি গঠন করতে পারলে 1 পাবে।

খ) $y = 2x - 3$ রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

x অক্ষে $y = 0$ বসিয়ে পাই, $0 = 2x - 3$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$\therefore A$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

y অক্ষে $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y = 2 \times 0 = -3$

$$\therefore y = -3$$

\therefore B বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(0, -3)$

$$\begin{aligned}\therefore AC &= \sqrt{\left(b - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 0\right)^2} \\ &= \sqrt{b^2 - 2b \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{25}{4}} \\ &= \sqrt{b^2 - 3b + \frac{34}{4}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } BC &= \sqrt{(b - 0)^2 + \left\{\frac{5}{2} - (-3)\right\}^2} \\ &= \sqrt{b^2 + \frac{25}{4} + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 3 + 9} \\ &= \sqrt{b^2 + \frac{121}{4}}\end{aligned}$$

শর্তমতে, $AC = BC$

$$\text{বা, } \sqrt{b^2 - 3b + \frac{34}{4}} = \sqrt{b^2 + \frac{121}{4}}$$

$$\text{বা, } b^2 - 3b + \frac{34}{4} = b^2 + \frac{121}{4}$$

$$\text{বা, } -3b = \frac{121}{4} - \frac{34}{4}$$

$$\text{বা, } -3b = \frac{87}{4}$$

$$\text{বা, } b = \frac{-87}{12}$$

$$\therefore b = \frac{-29}{4}$$

$$\text{Ans: } b = \frac{-29}{4}$$

Marking Guideline :

যে কোন পদ্ধতিতে সমাধান করে b এর মান নির্ণয় করতে পারলে 4 পাবে। AC ও BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারলে 3 পাবে। A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করলে 2 পাবে। A ও B এর যে কোন একটি নির্ণয় করলে 1 পাবে।

গ) AB সরল রেখাটির সমীকরণ $y = 2x - 3$

সরল রেখার আদর্শ সমীকরণ $y = mx + c$ এর সাথে তুলনা করে পাই AB সরলরেখার ঢাল, $m = 2$

\therefore AB সরল রেখার সমান্তরাল যে কোন সরলরেখার ঢাল ও একই অর্থাৎ 2

রেখাটি মূলবিন্দু গামী হওয়ায় এর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x_1, y_1) = (0, 0)$ হবে।

\therefore মূলবিন্দু গামী সরলরেখার সমীকরণ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

বা, $y - 0 = 2(x - 0)$ [\therefore ঢাল $m = 2$]

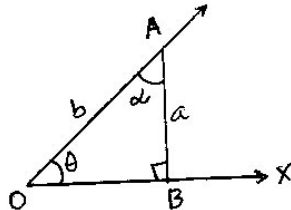
\therefore $y = 2x$. Ans.

Marking Guideline :

যে কোন সঠিক নিয়মে AB সরল রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ নির্ণয় করলে 4 পাবে। মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ গঠন করলে 3 পাবে। AB সরলরেখার সমান্তরাল রেখার ঢাল ও AB সরলরেখার ঢাল একই লিখলে 2 পাবে। AB সরলরেখার ঢাল $m = 2$ বের করলে 1 পাবে।

দৈর্ঘ্য প্রশ্নের উত্তর

ক)



চিত্র

দেওয়া আছে,

$$AB = a$$

$$AO = b$$

সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle AOB$ এ, $AO^2 = AB^2 + OB^2$

$$\begin{aligned}\text{বা, } OB^2 &= AO^2 - AB^2 \\ &= b^2 - a^2\end{aligned}$$

$$\therefore OB = \sqrt{b^2 - a^2}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a} \text{ Ans.}$$

Marking Guideline :

$\cot\theta$ এর মান নির্ণয় করলে 2 পাবে। OB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করলে 1 পাবে।

খ) দেওয়া আছে,

$$a = 1, b = \sqrt{2}$$

$$\therefore AO = \sqrt{2}, AB = 1$$

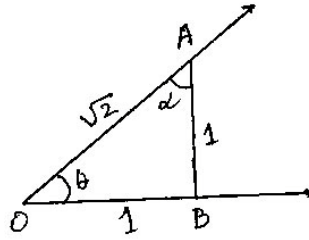
$$\begin{aligned}\therefore OB &= \sqrt{b^2 - a^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2} \\ &= \sqrt{1}\end{aligned}$$

$$= 1$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{OA}{OB}, \operatorname{cosec}\theta = \frac{OA}{AB} \text{ এবং } \tan\theta = \frac{AB}{OB}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{1} \quad = \frac{\sqrt{2}}{1} \quad = \frac{1}{1}$$

$$= \sqrt{2} \quad = \sqrt{2} \quad = 1$$



চিত্র

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{AB}{OA}, & \sin \alpha &= \frac{OB}{OA} \text{ এবং } & \cot \alpha &= \frac{AB}{OB} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} & &= \frac{1}{\sqrt{2}} & &= \frac{1}{1} \\ & & & & &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{L.H.S} &= (\sec \theta - \cos \alpha) (\operatorname{cosec} \theta - \sin \alpha) (\tan \theta + \cot \alpha) \\ &= \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (1 + 1) \\ &= \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \\ &= 1 \\ &= \text{R.H.S.}\end{aligned}$$

$$\therefore (\sec \theta - \cos \alpha) (\operatorname{cosec} \theta - \sin \alpha) (\tan \theta + \cot \alpha) = 1 \text{ (দেখান হল)।}$$

Marking Guideline :

সঠিক প্রমাণের জন্য 4 নম্বর পাবে। সব ক'টি (সর্বোচ্চ ৬টি) অনুপাত নির্ণয় করলে 3 পাবে। যে কোন 2টি অনুপাত বের করলে 2 পাবে। OB এর মান বের করলে 1 পাবে।

গ) এখানে $\sin \theta = \frac{AB}{OA}$

$$= \frac{a}{b}$$

$$\cos \theta = \frac{OB}{OA}$$

$$= \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$$

দেওয়া আছে, $\frac{\sqrt{3}a}{b} + \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} = 2$

$$\text{বা, } \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3} \sin \theta)^2 = (2 - \cos \theta)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 3 \sin^2 \theta = 4 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 3(1 - \cos^2 \theta) = 4 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 3 - 3 \cos^2 \theta = 4 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } -4 \cos^2 \theta + 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 4 \cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (2 \cos \theta)^2 - 2 \cdot 2 \cos \theta \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$\text{বা, } (2 \cos \theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ \text{ Ans.: } \theta = 60^\circ$$

Marking Guideline :

যে কোন সঠিক পদ্ধতিতে $\theta = 60^\circ$ নির্ণয় করলে 4 পাবে। $\cos \theta = \frac{1}{2}$ নির্ণয় করতে পারলে 3 পাবে। ত্রিকোনমিতিক সমীকরণ গঠন করলে 2 পাবে। $\sin \theta$ বা $\cos \theta$ এর মান বের করলে 1 পাবে।

৬নং প্রশ্নের উত্তর

ক) আমরা জানি,

$$\text{কোনো ঘটনার সম্ভাবনা} = \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$$

একটি নিরপেক্ষ ছক্কা নিক্ষেপের ঘটনার 7 পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{0}{6} = 0$ (সর্বনিম্ন) এবং স্বাভাবিক

সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $= \frac{6}{6} = 1$ (সর্বোচ্চ)।

∴ কোন ঘটনার সম্ভাবনা মান 0 এর কম কিংবা 1 এর বেশী নয়। অর্থাৎ যে কোন ঘটনার সম্ভাবনার মান 0 থেকে 1 এর মধ্যে সীমাবদ্ধ।

Marking Guideline :

সঠিক পদ্ধতিতে দেখানোর জন্য 2 পাবে। কোন ঘটনার সম্ভাবনার সূত্র লিখলে 1 পাবে।

খ) দেওয়া আছে,

নিউটন চাকমা কক্সবাজার বিমানে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{7}$

এবং সেন্টমার্টিনের স্পিড বোটে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{7}{9}$

যেহেতু সর্বোচ্চ সম্ভাবনার মান 1।

$$\begin{aligned} \therefore \text{কক্সবাজার বিমানে না যাওয়ার সম্ভাবনা} &= 1 - \frac{3}{7} \\ &= \frac{4}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সেন্টমার্টিনে স্পিড বোটে না যাওয়ার} &= 1 - \frac{7}{9} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

∴ নিউটন চাকমা কক্সবাজার বিমানে না যাওয়ার এবং সেন্ট মার্টিনের স্পিড বোটে না যাওয়ার সম্ভাবনা

P [কক্সবাজার বিমানে নয়, সেন্টমার্টিন স্পিড বোটে নয়]

$$= \frac{4}{7} \times \frac{2}{9}$$

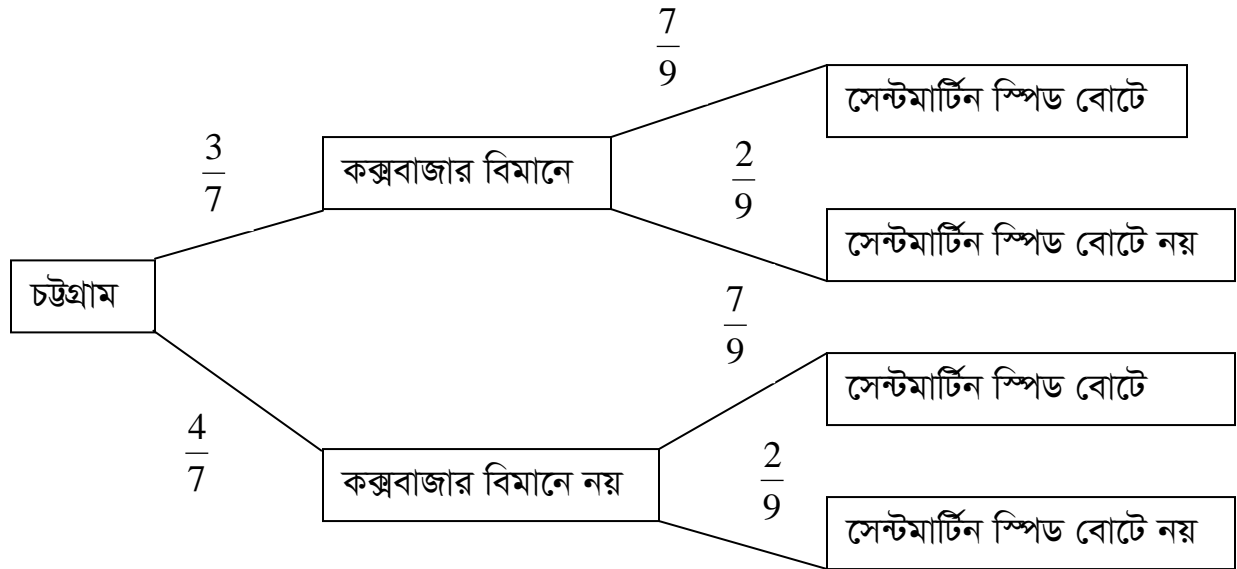
$$= \frac{8}{63} \text{ Ans.}$$

Marking Guideline :

সমস্যাটি যে কোন পদ্ধতিতে সমাধান করে, সঠিক সম্ভাবনার মান নির্ণয় করলে 4 পাবে।
সমস্যাটি সম্ভাবনার সূত্রে প্রয়োগ দেখালে 3 পাবে। আলাদা ভাবে দু'টি সম্ভাবনার মান বের করলে
2 পাবে। শুধুমাত্র একটি সম্ভাবনার মান নির্ণয় করলে 1 পাবে।

গ) প্রশ্নমতে সেন্টমার্টিনের বিমানে যাওয়ার সম্ভাবনা 0

সম্ভাবনার মাধ্যমে Probability tree নিরূপ:



∴ নিউটন চাকমা কক্সবাজার বিমানে যাওয়ার এবং সেন্টমার্টিনে ও বিমানে যাওয়ার সম্ভাবনা

$$P [\text{কক্সবাজার বিমানে, সেন্টমার্টিন বিমানে}] = \frac{3}{7} \times 0$$

$$= 0 \text{ Ans.}$$

Marking Guideline :

সঠিকভাবে সম্ভাবনার মান নির্ণয়ের জন্য 4 নম্বর পাবে। সম্ভাবনার মাধ্যমে **Probability tree** নির্ণয় করলে 3 পাবে। সম্ভাবনা ব্যতীত **Probability tree** তৈরি করলে 2 পাবে।
সেন্টমার্টিনের বিমানে যাওয়ার সম্ভাবনা শূন্য লিখলে 1 পাবে।

এস.এস.সি-২০১৫ (নমুনা প্রশ্ন)

বিষয় কোড-১২৬

উচ্চতর গণিত (বহুনির্বাচনি)

সময়: ৩৫ মিনিট

পূর্ণমান: ৩৫

দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অধীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণ সম্বলিত বৃত্ত সমূহ হতে সঠিক উত্তরের বৃত্তটি বল পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট কর। প্রতিটি প্রশ্নের মান - ১। সকল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।।

১। একটি ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধ 7 সে.মি. ঐ ত্রিভুজের নববিন্দুবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?
ক) 3.5 খ) 7 গ) 14 ঘ) 49

২। $x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx$ রাশিটি -
i) চক্রক্রমিক ii) প্রতিসম iii) সমমাত্রিক বহুপদী
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) ii, iii গ) i, iii ঘ) i, ii, iii

7, 8 ও r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করেছে। তাদের কেন্দ্র সমূহ যোগ করলে যে ত্রিভুজটি উৎপন্ন হয় তার পরিসীমা 42 সে.মি.।
উদ্দীপকের আলোকে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩। $r =$ কত সে.মি.?
ক) 1 খ) 4 গ) 6 ঘ) 9

৪। উৎপন্ন ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?
ক) 36 খ) 48 গ) 84 ঘ) 96

৫। ΔABC এর ক্ষেত্রে,
i) $\angle C$ স্থূলকোণ হলে, $AB^2 > AC^2 + BC^2$ ii) $\angle C$ সমকোণ হলে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$
iii) $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ হলে, $AB^2 < AC^2 + BC^2$
নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) ii, iii গ) i, iii ঘ) i, ii, iii

৬। যদি $S = \{x : x \in R \text{ এবং } x(x-2) = x^2 - 2x\}$ হয়, তবে কোনটি সঠিক?
ক) $S = \phi$ খ) $S = R$ গ) $S = N$ ঘ) $S = Z$

৭। $P(x+q) < r, [P \neq 0]$ অসমতার সমাধান -
i) $x < \frac{r}{p} - q$, যদি $P > 0$ হয় ii) $x \leq \frac{r}{p} - q$, যদি $P = 0$ হয়

iii) $x > \frac{r}{p} - q$, যদি $P < 0$ হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) ii, iii গ) i, iii ঘ) i, ii, iii

৮। $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots$ ধারার অসীমতক সমষ্টি কত?

ক) $\frac{1}{3}$ খ) $\frac{1}{2}$ গ) 2 ঘ) নেই

৯। $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}; 0^\circ \leq \beta < 360^\circ$ হলে β এর মান -

i) 45° ii) 135° iii) 225°

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i, ii গ) i, iii ঘ) ii, iii

১০। শূন্যের সূচক শূন্য হলে তার মান কত?

ক) 0 খ) 1 গ) অসীম ঘ) অসংজ্ঞায়িত

১১। $\left(1 + \frac{2}{x}\right)^8$ এর বিস্তৃতিতে শেষ পদের মান 1 হলে, x এর মান কত?

ক) 2 খ) 8 গ) 16 ঘ) 256

$3x + 4y - 12 = 0$ সরল রেখাটি x ও y অক্ষকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

উক্ত তথ্যের আলোকে ১২-১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১২। সরলরেখাটির ঢাল নিচের কোনটি?

ক) $-\frac{4}{3}$ খ) $-\frac{3}{4}$ গ) $\frac{4}{3}$ ঘ) 3

১৩। ΔAOB এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

ক) 3 বর্গ একক খ) 4 বর্গ একক গ) 6 বর্গ একক ঘ) 12 বর্গ একক

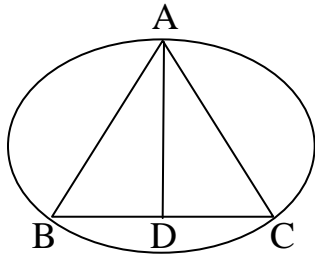
১৪। একটি ছক্কা নিক্ষেপের ক্ষেত্রে -

i) বিজোড় সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ ii) মৌলিক সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$

iii) 7 সংখ্যাটি পাওয়ার সম্ভাবনা 0

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i খ) i, ii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii



ΔABC এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. এবং D, BC এর মধ্যবিন্দু।

উদ্দীপকের আলোকে ১৫, ১৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৫। AD = কত সে.মি.?

ক) 2.6 খ) 3 গ) 6.7 ঘ) 9

১৬। ΔABC এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?

ক) 1.73 খ) 2.6 গ) 3 ঘ) 6.75

১৭। $\theta = \pi$ হলে -

i) $\tan^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 3$ ii) $\sec^2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 2$ iii) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

- নিচের কোনটি সঠিক?
- ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii
- ১৮। $f(x) = 3x^2$ একটি সূচকীয় ফাংশন হলে $f^{-1}(-3)$ কোনটি?
ক) 0 খ) 1 গ) 3 ঘ) অসংজ্ঞায়িত
- ১৯। $F(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ এর ডোমেন -
i) $\{x \in R : x \neq 2\}$ ii) $\{x \in R : x > 2 \text{ অথবা } x < 2\}$ iii) $R - \{2\}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii
- ২০। $P(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$ বহুপদীর একটি উৎপাদক -
ক) $2x - 1$ খ) $3x - 1$ গ) $3x + 1$ ঘ) $3x - 2$
- ২১। $a^2 - 11a + 30 = 0$ সমীকরণের বীজ দ্বয় -
i) পূর্ণ সংখ্যা ii) অসমান iii) অবাস্তব
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i, ii খ) ii, iii গ) i, iii ঘ) i, ii, iii
- ২২। $(2+a)^{1/3} = 2$ হলে a এর মান নিচের কোনটি?
ক) 4 খ) 6 গ) 7 ঘ) 8
- ২৩। $3x - 2y - 5 > 0$ অসমতাটি নিচের কোন বিন্দুর জন্য সত্য?
ক) (4, 5) খ) (-1, 2) গ) (0, 5) ঘ) (5, 4)
- ২৪। $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$ অস্ফুট: গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে যখন -
i) $|r| < 1$ ii) $|r| \geq 1$ iii) $-1 < r < 1$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii
- ২৫। $1^0 =$ কত রেডিয়ান?
ক) 0.01475 খ) 0.01574 গ) 0.01745 ঘ) 0.017541
- ২৬। কোন শর্তে $(x + y)^0 = 1$?
ক) $x + y = 0$ খ) $x \neq -y$ গ) $x + y > 0$ ঘ) $x + y \neq 1$
- ২৭। $(1 + x)^4$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ a ও $(1 + x)^5$ এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় পদের সহগ b হলে, $b : a =$ কোনটি?
ক) 5 : 4 খ) 5 : 3 গ) 4 : 5 ঘ) 5 : 1
- 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক আকৃতির বল একটি সিলিন্ডার আকৃতির বাস্কে ঠিকভাবে ঐটে যায়।
উপরোক্ত তথ্যের আলোকে ২৮, ২৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- ২৮। সিলিন্ডারটির আয়তন কত ঘন সে.মি.?
ক) 2π খ) 4π গ) 8π ঘ) 16π
- ২৯। সিলিন্ডারটির অনধিকৃত অংশের আয়তন কত ঘন সে.মি.?
ক) $\frac{\pi}{3}$ খ) $\frac{4\pi}{3}$ গ) $\frac{6\pi}{3}$ ঘ) $\frac{16\pi}{3}$

৩০। চট্টগ্রাম শহরে 70 লক্ষ লোক বাস করে, তন্মধ্যে 30 লক্ষ নারী ও 15 লক্ষ শিশু রয়েছে। দৈবভাবে একজনকে যদি নির্বাচন করা হয় তবে তার পুরুষ হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- ক) $\frac{3}{14}$ খ) $\frac{5}{14}$ গ) $\frac{3}{7}$ ঘ) $\frac{9}{14}$

যে কোন ভেকটর মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেকটর যথাক্রমে \underline{a} ও \underline{b} . AB রেখাংশ C বিন্দুতে 3 : 2 অনুপাতে বর্হিবিভক্ত হয়েছে।

উদ্দীপকের আলোকে ৩১, ৩২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩১। C বিন্দুর অবস্থান ভেকটর কোনটি?

- ক) $3\underline{b} - 2\underline{a}$ খ) $2\underline{a} - 3\underline{b}$ গ) $3\underline{b} + 2\underline{a}$ ঘ) $5\underline{a}$

৩২। $\vec{AC} =$ কোনটি?

- ক) $3(\underline{b} - \underline{a})$ খ) $3(\underline{a} - \underline{b})$ গ) $3\underline{b} - \underline{a}$ ঘ) $\underline{a} - 3\underline{b}$

৩৩। 400 এর -

- i) মান $(2\sqrt{5})^4$ এর সমান ii) লগ 4 হলে ভিত্তি $2\sqrt{5}$ iii) $2\sqrt{5}$ ভিত্তিক লগ 4
নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii, iii

৩৪। $\cot\left(\theta - \frac{9\pi}{2}\right)$ এর মান কোনটি?

- ক) $\tan \theta$ খ) $\cot \theta$ গ) $-\tan \theta$ ঘ) $-\cot \theta$

৩৫। $9^{x+5} = 81^{x+1}$ হলে, x এর মান কত?

- ক) -6 খ) -3 গ) 3 ঘ) 6

উচ্চতর গণিত (বহুনির্বাচনি)

বিষয় কোড - ১২৬

উত্তরমালা

১-ক	২-ঘ	৩-গ	৪-গ	৫-ঘ	৬-খ	৭-গ	৮-খ	৯-খ	১০-ঘ
১১-ক	১২-খ	১৩-গ	১৪-খ	১৫-ক	১৬-ক	১৭-ঘ	১৮-ঘ	১৯-ঘ	২০-ক
২১-ক	২২-খ	২৩-ঘ	২৪-খ	২৫-গ	২৬-খ	২৭-খ	২৮-ঘ	২৯-ঘ	৩০-খ
৩১-ক	৩২-ক	৩৩-ঘ	৩৪-গ	৩৫-গ					

এস.এস.সি-২০১৫ (নমুনা প্রশ্ন)
 বিষয় : উচ্চতর গণিত (বহুনির্বাচনি)
 বিষয় কোড - ১২৬

বহু নির্বাচনি প্রশ্নপত্রের নির্দেশক ছক (Specification Grid)

কাঠিন্যের স্তর	অধ্যায়														মোট প্রশ্ন সংখ্যা	শতকরা হার
	১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম	৬ষ্ঠ	৭ম	৮ম	৯ম	১০ম	১১শ	১২শ	১৩শ	১৪শ		
সহজ			১	৩ ১৫	২২ ৩৫			২৫ ৩৪	১০ ২৬	১১	১২				১১	৩০% (প্রায়)
মধ্যম	৬	২ ২০	৫		২১	৭ ২৩	৮ ২৪	৯	৩৩	২৭	১৩	৩১ ৩২		১৪ ৩০	১৭	৫০% (প্রায়)
কঠিন	১৮ ১৯		১৬	৪				১৭						২৮ ২৯	৭	২০%
মোট	৩	২	৩	৩	৩	২	২	৪	৩	২	২	২	২	২	৩৫	১০০%